МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В РОБОТОТЕХНИКЕ: ОТ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Аннамухаммет Акмухаммедович Багшыев, к.ф.-м.н., ст. преподаватель

Гульширин Тойчиевна Амангельдыева, ст. преподаватель

Енеш Атамурадова Атамурадовна, преподаватель

Институт телекоммуникаций и информатики Туркменистана, Ашхабад, Туркменистан

Аннотация. Робототехника активно развивается благодаря достижениям в области математики. В статье рассматриваются ключевые математические методы, применяемые в моделировании механики роботов, обработке сигналов, управлении движением и принятии решений в условиях неопределенности. Особое внимание уделяется применению линейной алгебры, теории вероятностей, дифференциальных уравнений и методов оптимизации. Обсуждаются современные тенденции использования математических алгоритмов в автономных роботизированных системах, включая применение машинного обучения и теории графов. Работа демонстрирует, что глубокое понимание математических основ является необходимым условием для развития интеллектуальных и адаптивных роботов.

Ключевые слова: робототехника, математическое моделирование, управление, оптимизация, теория вероятностей, машинное обучение.

Mathematical Methods in Robotics: From Modeling to Decision Making

Institute of Telecommunacations and Informatics of Turkmenistan, Ashgabat, Turkmenistan

Abstract: Robotics is rapidly advancing due to developments in mathematics. This article explores the main mathematical methods applied in robot mechanics modeling, signal processing, motion control, and decision-making under uncertainty. Special attention is given to the role of linear algebra, probability theory, differential equations, and optimization techniques. The paper also addresses current trends in using mathematical algorithms in autonomous robotic systems, including the application of machine learning and graph theory. The study demonstrates that a profound understanding of mathematical principles is essential for the development of intelligent and adaptive robots.

Keyworls: robotics, mathematical modeling, control, optimization, probability theory, machine learning.

Современная робототехника представляет собой междисциплинарную область, в которой математика играет ключевую роль. Любая роботизированная система, независимо от уровня сложности, основывается на математических моделях, описывающих её поведение и взаимодействие с окружающей средой [1].

Механическое движение робота описывается с помощью систем дифференциальных уравнений. Например, уравнения Лагранжа используются для описания динамики манипуляторов [2]. Такие модели позволяют проводить симуляции поведения робота и оптимизировать параметры до начала реального тестирования.

Теория управления, в частности PID-регуляторы, линейные и нелинейные системы управления, базируется на линейной алгебре и теории устойчивости. Современные подходы включают в себя адаптивное управление и методы оптимального управления, такие как метод Беллмана [3].

В условиях реального мира роботы сталкиваются с неполной и шумной информацией. Теория вероятностей и теория байесовского вывода применяются для оценки состояний среды и выбора действий [4]. В робототехнике также применяются Марковские процессы принятия решений (MDP) и обучение с подкреплением (reinforcement learning) [5].

Алгоритмы машинного обучения — такие как регрессия, деревья решений и нейронные сети — требуют глубокого понимания линейной алгебры, математического анализа и теории оптимизации. Обработка изображений, речи и сенсорной информации в роботах невозможна без этих методов [6].

Многие задачи мобильной робототехники решаются с помощью теории графов: поиск кратчайшего пути (алгоритм Дейкстры, A*), построение карты среды, навигация [7].

Математика в робототехнике — это не вспомогательный инструмент, а основа интеллектуальных и адаптивных систем. Без глубокого математического анализа невозможно обеспечить безопасность, надёжность и эффективность автономных роботов. Перспективы развития робототехники тесно связаны с совершенствованием математических моделей и методов вычислений.

Современные мобильные и сервисные роботы активно используют вероятностные методы для локализации и построения карт (SLAM — Simultaneous Localization and Mapping). Одним из наиболее эффективных инструментов является фильтр Калмана и его расширенные версии, применяемые в условиях линейной и нелинейной динамики [4]. В условиях неопределённости и шумов сенсоров робот способен делать аппроксимацию своего положения, опираясь на математические модели вероятностного вывода.

Применение фильтров частиц также нашло широкое распространение в ситуациях, когда линейные допущения Калмана не действуют. Такие методы требуют вычислительно эффективных стратегий и тесно связаны с теорией Монте-Карло.

Оптимизация занимает центральное место в проектировании роботов. Задачи минимизации затрат энергии, времени или ошибки приводят к использованию градиентных методов, стохастической оптимизации и эвристических подходов. Например, обучение нейросетей требует решения задач оптимизации функций потерь с помощью алгоритмов, таких как стохастический градиентный спуск (SGD) [6].

В задачах управления, особенно в роботах с несколькими степенями свободы, применяются методы линейного и квадратичного программирования. Метод Беллмана из динамического программирования позволяет находить оптимальную стратегию управления при наличии ограничений [3].

Глубокое обучение (deeplearning) дало импульс развитию компьютерного зрения и распознаванию объектов в реальном времени. Нейронные сети, в частности сверточные (CNN), позволяют роботам анализировать изображения и принимать решения без участия человека [6]. Такие архитектуры требуют понимания матричных операций, производных, и статистических принципов регуляризации и обобщения.

Системы на основе глубоких Q-сетей (Deep Q-Networks) также активно применяются в робототехнике для автономного выбора действий на основе окружающей среды, что объединяет машинное обучение и теорию управления [5].

Алгоритмы планирования движения (motionplanning) широко применяют графовые структуры. Построение графа состояния позволяет роботам находить кратчайший путь (алгоритмы A*, Dijkstra) или избегать препятствий при помощи построения вероятностных графов (PRM — Probabilistic Roadmap) [7].

В роботах-манипуляторах теория графов помогает анализировать кинематические цепи и управлять сложными движениями. Представление среды в виде графов облегчает процесс навигации и взаимодействия между множеством агентов.

Одним из перспективных направлений является симбиоз формальных математических моделей и обучаемых систем. Например, гибридные модели, сочетающие дифференциальные уравнения движения и нейросетевые корректировки, показывают высокую адаптивность в динамически меняющихся средах [1][6].

Также перспективно развитие объяснимого ИИ (XAI) в робототехнике, где используются логико-математические структуры для интерпретации поведения обучаемых моделей, что важно для безопасности и доверия к автономным системам.

Математика — фундамент робототехники, лежащий в основе всех этапов: от построения моделей и управления до автономного принятия решений. Будущее интеллектуальных машин напрямую зависит от дальнейшего совершенствования математических методов, особенно в направлении интеграции с искусственным интеллектом и вероятностными вычислениями.

Математическое образование специали

стов в области робототехники остаётся важнейшей задачей, обеспечивающей не только теоретическое понимание, но и практическое применение новых технологий.

В роботах-манипуляторах с несколькими степенями свободы, а также в мобильных роботах, возникает необходимость учитывать сложную кинематическую и динамическую структуру. Для этих целей применяется дифференциальная геометрия и линейная алгебра, в частности теория многообразий и векторных полей [2].

Прямое и обратное кинематическое моделирование требует вычисления якобианов и работы с матрицами преобразований (например, с использованием методов Денавита-Хартенберга), что позволяет точно контролировать положение и ориентацию исполнительного звена робота в трёхмерном пространстве.

Для работы с данными, поступающими от сенсоров (лидаров, камер, инерциальных датчиков), необходим статистический анализ и методы фильтрации. Например, вейвлет-преобразование, быстрое преобразование Фурье (БПФ) и методы главных компонент (PCA) применяются для фильтрации шумов и сжатия данных [4][6].

Эти подходы находят применение в системах компьютерного зрения и аудиораспознавания, позволяя извлекать информативные признаки из многомерных потоков данных.

Математическое моделирование также реализуется в виде имитационного моделирования, позволяющего проводить численные эксперименты над виртуальными роботами. Используются численные методы решения дифференциальных уравнений — например, метод Эйлера или метод Рунге-Кутты — что важно при проектировании управляющих алгоритмов в сложных физических условиях [1][3].

Современные среды моделирования, такие как ROS (Robot Operating System), Gazebo и M
ATLAB
/
Simulink
, основаны на прочной математической базе.

Коллективная робототехника использует математические модели самоорганизации и взаимодействия множества агентов. Такие модели часто заимствуются из биоинспирированных систем — поведения муравьёв, птиц и рыб. Теория графов, алгоритмы согласования (consensus algorithms) и стохастические модели лежат в основе распределённых вычислений и взаимодействия [5][7].

Например, алгоритмы флокинга и роевого поиска (swarm optimization) находят применение в поисково-спасательных операциях, при разведке враждебных территорий, и в сельском хозяйстве.

Одной из актуальных тем является математическая верификация и доказательство корректности поведения автономных роботов. Для этого используются формальные методы, включая логическое моделирование, автоматную теорию и временные логики (t
emporal
logic
). Эти подходы позволяют формализовать правила поведения и безопасности, особенно в системах человеко-машинного взаимодействия.

Так, для автономных транспортных средств важно доказать, что алгоритм принятия решений не приведет к аварийной ситуации. Это требует строго математического подхода.

Математика в робототехнике охватывает широкий спектр направлений — от теоретического моделирования и анализа до практического применения в системах машинного интеллекта. Применение методов линейной алгебры, дифференциальных уравнений, теории вероятностей, графов, оптимизации и машинного обучения обеспечивает создание надёжных, адаптивных и интеллектуальных роботов.

С развитием технологий растёт роль интеграции математических моделей с алгоритмами ИИ, что требует от инженеров-робототехников глубокого математического образования и способности адаптировать абстрактные методы к практическим задачам.

Литература

1. Siciliano, B., Khatib, O. (2016). Springer Handbook of Robotics. Springer.

2. Spong, M. W., Hutchinson, S., Vidyasagar, M. (2006). Robot Modeling and Control. Wiley.

3. Khalil, H. K. (2014). Nonlinear Systems. Prentice Hall.

4. Thrun, S., Burgard, W., Fox, D. (2005). Probabilistic Robotics. MIT Press.

5. Sutton, R. S., Barto, A. G. (2018). Reinforcement Learning: An Introduction. MIT Press.

6. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. (2016). Deep Learning. MIT Press.

7. LaValle, S. M. (2006). Planning Algorithms. Cambridge University Press.