# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОБЫЧИ ГАЗОГИДРАТА ПУТЕМ ИНЖЕКЦИИ ТЕПЛОГО ГАЗА В ПОРИСТЫЙ ПЛАСТ

***Иманов Л.В., студент***

***Запивахина М.Н., к.ф.-м.н., доцент***

*г. Бирск, Бирский филиал БашГУ*

Природный газ является одним из наиболее распространенных носителей углеводородного сырья в мире. Он представляет собой смесь разных газов, и в таком виде он добывается из недр Земли в настоящее время. Однако большой импорт данного вида сырья поднимает проблему о скором исчерпании природного газа, добываемого традиционным путем. Данный вопрос может быть решен благодаря газовым гидратам. Газовые гидраты – это кристаллические соединения, состоящие из молекул газа и воды. Газовые гидраты имеют ряд преимуществ по сравнению с традиционными месторождениями углеводородного сырья. Это связано из-за их широкого распространения в природе, огромных объемов залежей, глубины залегания и состояния газов в концентрированном состоянии.

На сегодняшний день стоит задача по проведению математических экспериментов по научной основе добычи газа из газогидратных залежей. На этой основе лежат уравнения механики сплошных сред, выражающих законы сохранения массы и тепла в виде дифференциальных уравнений в частных производных, а также их решения в автомодельных переменных. В данной работе рассматривается плоскоодномерный случай нагнетания газа в пористый пласт с последующим извлечением гидратного газа.

Пусть имеется пористый пласт, насыщенный газом и его гидратом, в который через границу нагнетается теплый газ. Примем следующие допущения: скелет пористой среды, вода и газогидрат неподвижны и несжимаемы, пористость постоянна, гидрат представляет собой двухкомпонентную систему, где $G$ – массовая концентрация газа.

Уравнения, описывающие данный процесс выражаются через законы сохранения массы воды и газа, закону Дарси, уравнения притока тепла [2, 3]

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(mS_l\rho_l\right)=0,\quad \frac{\partial}{\partial t}\left(mS_g\rho_g\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(mS_g\upsilon_g\rho_g\right)=0,\quad S_g+S_l+S_h=1,$$

$$mS_g\upsilon_g=-\frac{k_g}{\mu_g}\frac{\partial p}{\partial x},\ \ \rho c\frac{\partial T}{\partial t}+\rho_g c_g mS_g\upsilon_g\frac{\partial T}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x}\right),$$

где $p$ – давление, $T$ – температура, $m$ – пористость, $S_i$ – насыщенность пор фазы, $\rho_i$ – истинная плотность фазы, $\upsilon_g$ – скорость движения газовой фазы, $k_g$ – коэффициент “живой” проницаемости скелета, $\mu_g$ – динамическая вязкость газа, $\rho c$ – удельная объемная теплоемкость, $\lambda$ –теплопроводность системы. Индексы $h$, $l$, $g$ соответствуют параметрам гидрата, воды и газа.

На основе формулы Козени [1] зададим уравнение для коэффициента проницаемости скелета $k_g$:

$$k_g=k_*\frac{\left(mS_g\right)^3}{\left(1-mS_g\right)^2}=k_*\left(mS_g\right)^3\approx k_0S_g^3\ \ \left(k_0=k_*m^3\right).$$

Температура и давление в границе разложения гидрата связаны условием фазового равновесия [3]:

$$T=T_0+T_*\ln\left(\frac{p}{p_{s0}}\right),$$

где $T_0$ и $p_{s0}$ – начальная температура среды, соответствующее ей равновесное давление, а $T_*$ – зависящий от вида газогидрата эмпирический параметр.

При закачке теплого газа в газогидратный пласт происходит разложение газогидрата и возникают две характерные области: ближнюю, которая находится вблизи границы нагнетания, и она заполнена газом и водой; дальнюю, состоящей из газа и гидрата. На границе этих областей выполняется условие баланса массы и тепла [4]:

$$\left[ m\left( S_h\rho_h(1-G)+S_l\rho_l \right)\dot{x}_{(s)} \right]=0,$$

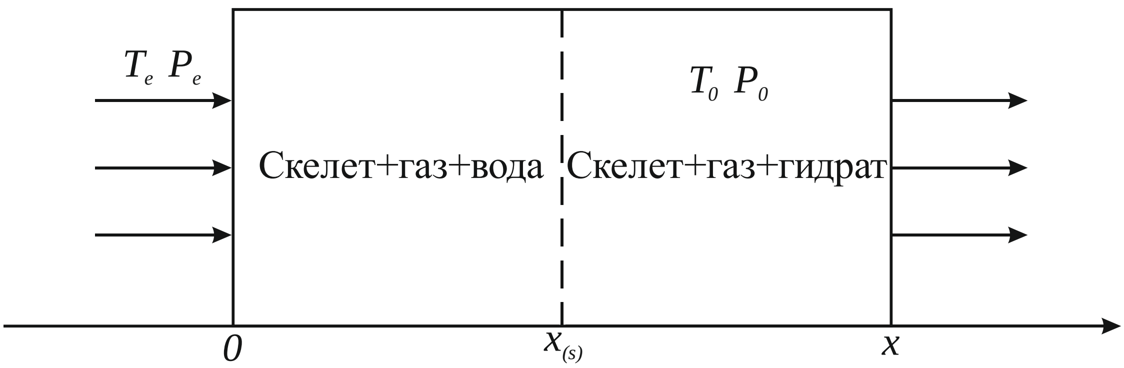
$$\left[ m\left( \rho_g S_g(\upsilon_g-\dot{x}_{(s)})-\rho_h S_h G\dot{x}_{(s)} \right) \right]=0, \left[ \lambda\frac{\partial T}{\partial x} \right]=\left[ m\rho_h L_h S_h \dot{x}_{(s)} \right],$$

где $\left[\psi\right]$ – скачок параметра $\psi$ на границе $x=x_{(s)}$ между областями; $\dot{x}_{(s)}$ – скорость движения границы, давление и температура в области разложения гидрата полагаются непрерывными.

Пусть в начальный момент времени пласт насыщен газом при давлении и температуре, удовлетворяющих их существованию в свободном состоянии:

$$t=0: \quad S_h=S_{h0} \quad \left(S_g=1-S_{h0}, \quad S_l=0\right), \quad T=T_0, \quad p=p_0 \quad \left(x\geq 0\right).$$

Через границу в пласт закачивается теплый газ с температурой $T_e$ при давлении $p_e$:




Граничное условие будет иметь вид:

$$x=0: \quad T=T_e, \quad p=p_e \quad \left(t>0\right).$$

Введем автомодельную переменную, $\xi=x/\sqrt{\aleph^{(T)}t}$, где $\aleph^{(T)}=\lambda/\rho c$ – температуропроводность пласта. Тогда уравнения температуропроводности и пьезопроводности в автомодельных переменных могут быть приведены к виду:

$$-\frac{1}{2}\xi\frac{d\theta_{(i)}}{d\xi}=\frac{1}{2}Pe_{(i)}\frac{dP_{(i)}^2}{d\xi}\frac{d\theta_{(i)}}{d\xi}+\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{d\theta_{(i)}}{d\xi}\right), \quad -\xi\frac{dP_{(i)}^2}{d\xi}=2\eta_{(i)}\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{dP_{(i)}^2}{d\xi}\right),$$

где $P=p/p_0$ и $\theta=T/T_0$ – безразмерные величины, $k_{(i)}=k_0K_{(i)}$, $K_{(i)}=S_{g(i)}^3$,

$\eta_{(i)}=\dfrac{\aleph_{(i)}^{(p)}}{\aleph^{(T)}}$, $Pe_{(i)}=\dfrac{\rho_g c_g}{\lambda}\dfrac{k_{(i)}p_0}{\mu_g}$, $\aleph_{(i)}^{(p)}=\dfrac{k_{(i)}p_0}{mS_{g(i)}\mu_g}$, нижние индексы в скобках

$i=1,2$ соответствуют параметрам ближней и дальней областей. Условия баланса и тепла в автомодельных координатах при $\xi=\xi_{(s)}$ будут иметь вид:

$$K_{(1)}\frac{dP_{(1)}}{d\xi}-K_{(2)}\frac{dP_{(2)}}{d\xi}=-\left(1-\frac{G}{\tilde{\rho}_{g0}}\frac{\theta_{(1)}}{P_{(1)}}-\frac{1-G}{\tilde{\rho}_{l}}\right)\frac{S_{h0}\xi_{(s)}}{2S_{g(1)}\eta_{(1)}},$$

$$\frac{d\theta_{(2)}}{d\xi}-\frac{d\theta_{(1)}}{d\xi}=m\tilde{\rho}_{h}Ja_{h}\frac{S_{h0}}{2}\xi_{(s)},$$

где $\tilde{\rho}_{h}=\rho_{h}/\rho$, $\tilde{\rho}_{g0}=\rho_{g0}/\rho_{h}$, $\tilde{\rho}_{1}=\rho_{1}/\rho_{h}$, $Ja_{h}=L_{h}/cT$. Безразмерные давление и температура будут выглядеть следующим образом:

$$P_{(1)}^{2}=P_{(s)}^{2}+\frac{\left(P_{e}^{2}-P_{(s)}^{2}\right)\int\limits_{\xi}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4\eta_{(1)}}\right)d\xi}{\int\limits_{0}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4\eta_{(1)}}\right)d\xi},$$

$$P_{(2)}^{2}=1+\left(P_{(s)}^{2}-1\right)\frac{\int\limits_{\xi}^{\infty}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4\eta_{(2)}}\right)d\xi}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4\eta_{(2)}}\right)d\xi},$$

$$\theta_{(1)}=\theta_{(s)}+\left(\theta_{e}-\theta_{(s)}\right)\frac{\int\limits_{\xi}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4}-\frac{Pe_{(1)}P_{(1)}^{2}}{2}\right)d\xi}{\int\limits_{0}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4}-\frac{Pe_{(1)}P_{(1)}^{2}}{2}\right)d\xi},$$

$$\theta_{(2)}=1+\left(\theta_{(s)}-1\right)\frac{\int\limits_{\xi}^{\infty}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4}-\frac{Pe_{(2)}P_{(2)}^{2}}{2}\right)d\xi}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\exp\left(-\frac{\xi^{2}}{4}-\frac{Pe_{(2)}P_{(2)}^{2}}{2}\right)d\xi},$$

а граничные условия:

$$
K_{(2)}\left(1-P_{(s)}^2\right)\frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(2)}}\right)}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\exp\left(-\dfrac{\xi^2}{4\eta_{(2)}}\right)d\xi}-K_{(1)}\left(P_e^2-P_{(s)}^2\right)\frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_{(s)}^2}{4\eta_{(1)}}\right)}{\int\limits_{0}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\dfrac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right)d\xi}=
$$

$$
=-\left(1-\frac{G}{\tilde{\rho}_{g0}}\frac{\theta_{(1)}}{P_{(1)}}-\frac{1-G}{\tilde{\rho}_l}\right)\frac{Sh_0\xi_{(s)}}{2S_{g(1)}\eta_{(1)}},
$$

$$
\left(\theta_{(s)}-\theta_e\right)\frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_{(s)}^2}{4}-\dfrac{Pe_{(1)}P_{(1)}^2}{2}\right)}{\int\limits_{0}^{\xi_{(s)}}\exp\left(-\dfrac{\xi^2}{4}-\dfrac{Pe_{(1)}P_{(1)}^2}{2}\right)d\xi}-\left(1-\theta_{(s)}\right)\frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_{(s)}^2}{4}-\dfrac{Pe_{(2)}P_{(2)}^2}{2}\right)}{\int\limits_{\xi_{(s)}}^{\infty}\exp\left(-\dfrac{\xi^2}{4}-\dfrac{Pe_{(2)}P_{(2)}^2}{2}\right)d\xi}=
$$

$$
=m\tilde{\rho}_h Ja_h\frac{S_{h0}}{2}\xi_{(s)}.
$$

На основе данных уравнений можно построить картину полей давления и температур, которые будут меняться в зависимости от таких условий, как температура закачиваемого газа, время прохождения процесса, граничное давление и температуре, проницаемость, газонасыщенность и др. Для реализации данных операций могут применяются математические пакеты (Mathcad, Maple) и языки программирования разного уровня.

Литература

1. Баренблатт Г.И. Движение жидкостей и газов в природных пластах / Г.И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик // – М.: Недра, 1984. – 211 с.

2. Гумеров Н.А. Автомодельный рост газового гидрата, разделяющего газ и жидкость // Изв. РАН. МЖГ. – 1992. – № 5. – С. 78-85.

3. Лейбензон А.С. Движения природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.: ОГИЗ, 1947. – 244 с.

4. Шагапов В.Ш. Нагнетание газа в пористый резервуар, насыщенный газом и водой / В.Ш. Шагапов, Н.Г. Мусакаев, М.К. Хасанов // Теплофизика и аэромеханика. – 2005. – Т. 12. – № 4. – С. 645-656.